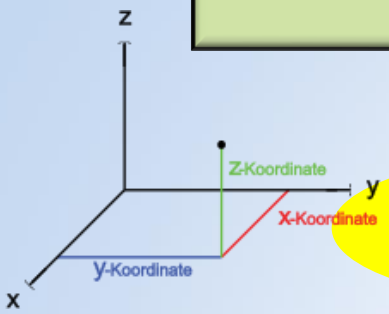
Lineares Gleichungssystem

Satz des Pythagoras

Flächen und Körper

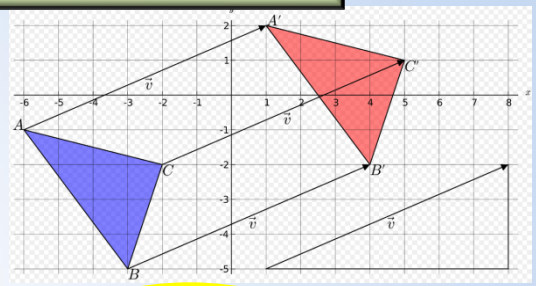
Vektoren



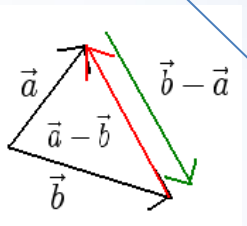
Koordinatenachsen
Koordinatenebenen

Vektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$



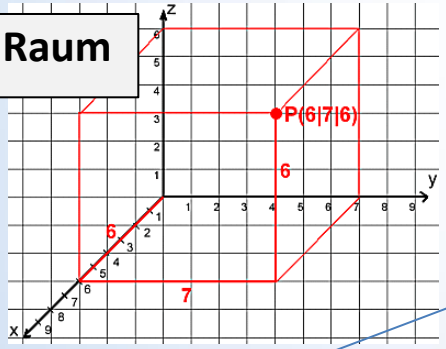
3-dim Koordinatensystem



Vektoraddition/ -subtraktion
Skalarmultiplikation

Pfeil
Verschiebung
Ortsvektor / Richtungsvektor
Nullvektor

Punkte im Raum



Rechnen mit Vektoren

Betrag eines Vektors

Definition VII.1: Der Betrag eines Vektors

Der Betrag $|\vec{a}|$ eines Vektors ist die Länge eines seiner Pfeile.

Betrag eines Spaltenvektors in der Ebene:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

Betrag eines Spaltenvektors im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Länge einer Strecke

Winkel zwischen Vektoren

Gegeben sind $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$.

$$\cos\rho = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Geraden im Raum

Ebenen im Raum

Anwendungen

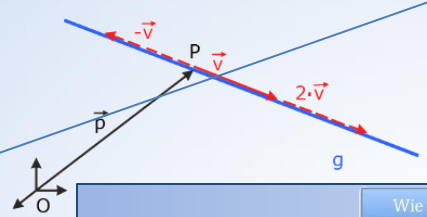
3-dim Koordinaten

Vektoren

Lineare Gleichungssysteme

Geraden

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Stützvektor
Richtungsvektor

Darstellung im Koordinatensystem

Geraden in Parameterform

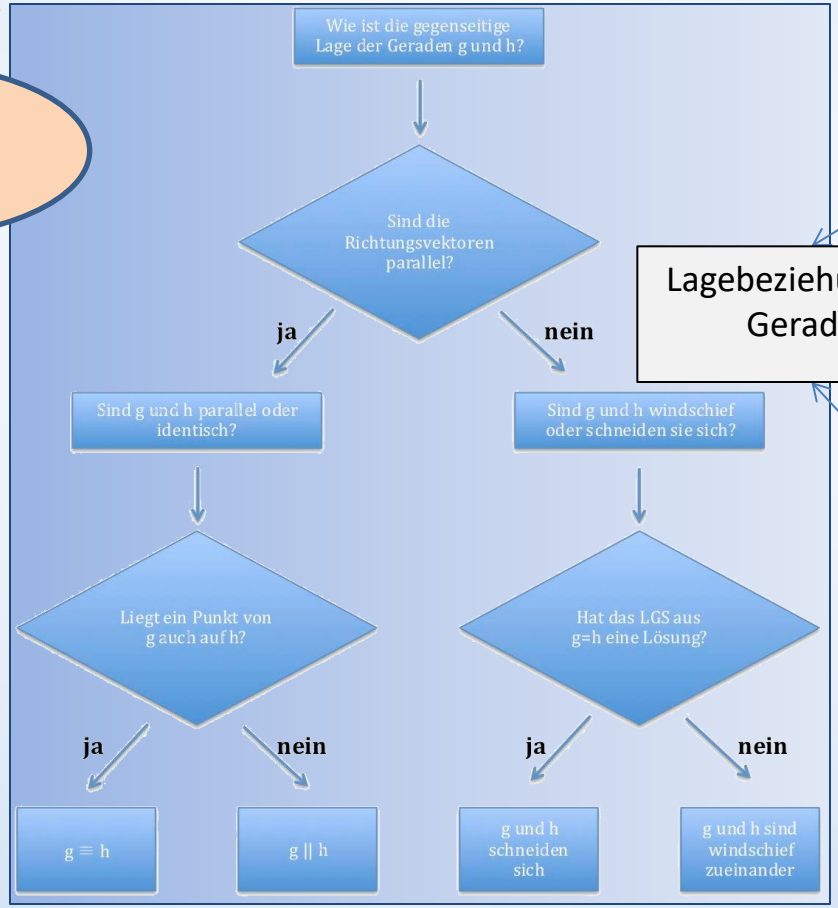
Schnittwinkel
Orthogonal
Skalarprodukt

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$\cos\varphi = \frac{|\vec{r_1} \cdot \vec{r_2}|}{|\vec{r_1}| \cdot |\vec{r_2}|}$$

Identisch,
parallel,
schneiden sich
windschief

Lagebeziehung von Geraden



Unendlich viele
Lösungen,
Keine Lösung
Eine Lösung

Geraden
Untersuchungen im
Raum an Objekten

Lineare Gleichungssysteme

Abstandsberechnungen

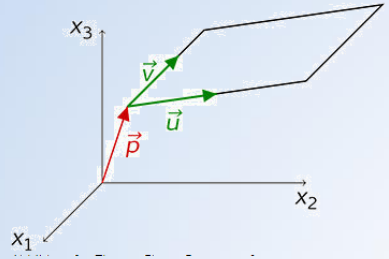
Ebenen

Geraden im Raum

Vektoren

Lineare Gleichungssysteme

Ebenen (GK)



Was ist eine Ebene?

Stützvektor
Spannvektor

Normalenvektor

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Gleichung einer Ebene

Darstellung im Koordinatensystem

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$4x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 6 = 0$$

Parameterform

Normalenform (LK)

Koordinatenform (LK)

Lagebeziehungen

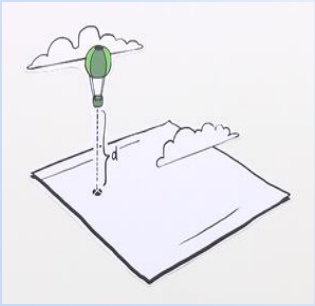
Abstand

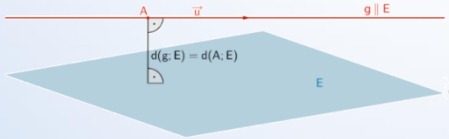
Schnittwinkel

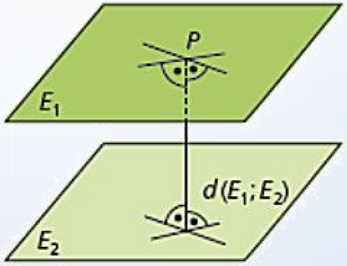
Punkt - Ebene

Gerade - Ebene

Ebene - Ebene







Ebenenscharen (LK)

Anwendungen

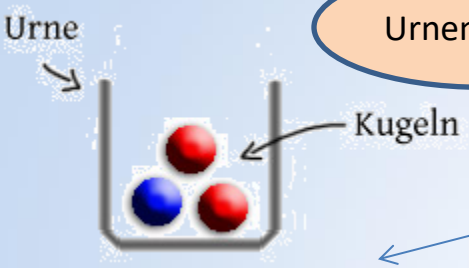
Bruchrechnung

Laplace-Wahrscheinlichkeit

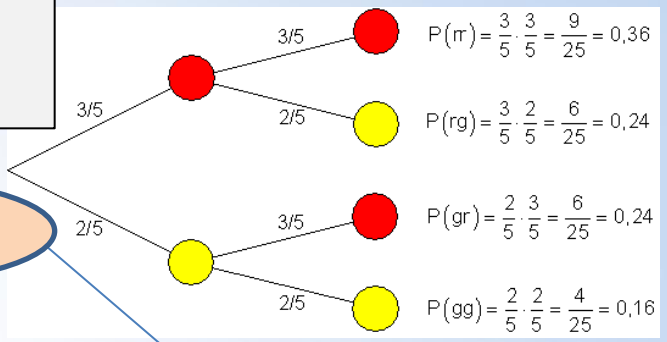
Abs.- und relative Häufigkeit

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Urnenmodell



Mehrstufige Zufallsexperimente



Baumdiagramme
Pfadregeln

Bedingte Wahrscheinlichkeit

GTR als Hilfsmittel

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Vierfeldertafel
Baumdiagramme

Erwartungswert

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Stochastische Unabhängigkeit

Faire Spiele

Satz von Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Beurteilende Statistik

Hypothesentest

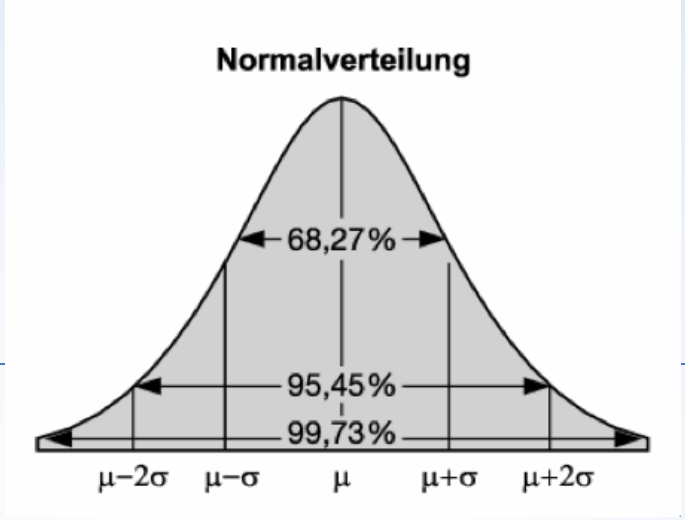
Binomialverteilung

e-funktion

Binomialverteilung

Integral

Normalverteilung (LK)



f(x)>0
und
$\int_a^b f(x)dx = 1$

Wahrscheinlichkeits-dichte

Gauß'sche Glockenfunktion

Erwartungs-wert

Standard-abweichung

Wendestellen bei $x = \mu \pm \sigma$

GTR als Hilfsmittel

Maximum bei bei $x = \mu$

stetige Zufallsgrößen

Berechnung von σ

Reelwertige Zufallsgrößen

normalverteilte Zufallsgrößen

$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{\mu,\sigma}(x)dx = 1$

Testen mit der Normalverteilung

Satz von Moivre-Laplace

Terme und Gleichungen

Extrema

Geometr. Begriffe: Umfang, Fläche, Volumen

Optimierung

Modellieren

Problemerfassung

Umfang, Fläche, Volumen

Funktionsterme bestimmen

Geometrische Zusammenhänge, z.B. Satz d. Pythagoras

Hauptbedingung

Nebenbedingung

Einsetzungsverfahren, Termumformung

Zielfunktion

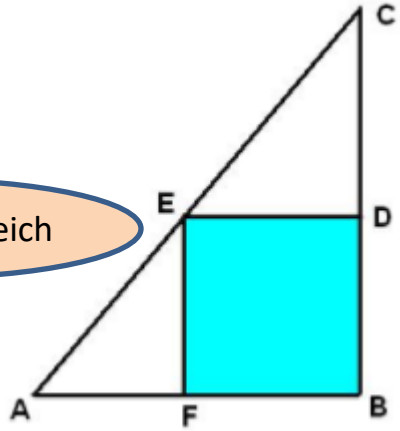
Ableitungen, Gleichungen

Definitionsbereich

Extrempunkt-berechnung

Globales, lokales Min/Max

Randwert-betrachtung



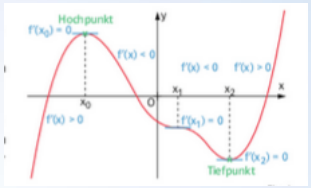
Resultatformulierung

Ganzrationale Funktionen

Nullstellen | Ableitungen | Symmetrie

Funktionsuntersuchung

Funktionsgraph



Charakteristische Punkte

- Extrempunkte
- Schnittpunkte mit den KO-Achsen
- Sattelpunkte

Berechnung von Extrempunkten

- Notwendige Bedingung
- Hinreichende Bedingung

Unterscheidung globaler/lokaler HP/TP

- Randextrema

Monotonie

Sachzusammenhänge

- Wendepunkte
- Integralrechnung
- e-Funktionen

Steigung von Geraden | Potenzfunktionen / Ganzrationale Funktionen | Tangente/Sekante

Die Ableitung

Bild: Bergprofil

Anwendungsbezüge:
Änderungsrate
Geschwindigkeit
Wachstumsrate

Grafisches Ableiten

Durchschnittliche Steigung

Bild: Tangente

Screenshot : GTR

Differenzen-quotient, Sekanten-steigung

Bild: Sekante/ Tangente

Momentane Steigung

GTR als Hilfsmittel

Steigung an einer Stelle, Tangentensteigung, Wert der Ableitung

Grenzwert des Differenzenquotienten

Ableitungsfunktion

h-Methode

Ableitungsregeln

f'(x)=m

Potenzregel, Summenregel, Faktorregel

Kurvendiskussion weitere Ableitungsregeln | Weitere Funktionsklassen | Extremwertaufgaben | Integralrechnung